

· 综述 ·

传染病动力学模型研究进展

薛明劲, 黄钊慰, 胡雨迪, 杜进林 综述; 黄志刚 审校

广东医科大学公共卫生学院, 广东 东莞 523808

摘要: 新发传染病防控一直是公共卫生领域的重点和难点问题, 研究新发传染病的传播特征和流行规律, 对于控制其传播规模, 降低对公众健康与社会经济发展的危害具有重要意义。目前主要利用传染病监测资料建立传染病动力学模型, 预测新发传染病的流行特征及发展趋势, 但由于传染病综合防控中的许多不确定因素, 导致很多模型预测达不到预期效果。本文介绍SIR、SIRS、SEIR和修正后的SEIR模型等常用传染病动力学模型的基本原理及参数设定, 比较这些模型的优缺点, 总结传染病动力学模型在新发传染病发病趋势预测中的应用进展, 为传染病动力学模型在传染病疫情防控中的有效应用提供参考。

关键词: 传染病动力学模型; 新发传染病; SIR; SEIR

中图分类号: R181.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 2096-5087 (2022) 01-0053-05

Research progress of infectious disease dynamics models

XUE Mingjin, HUANG Zhaowei, HU Yudi, DU Jinlin, HUANG Zhigang

School of Public Health, Guangdong Medical University, Dongguan, Guangdong 523808, China

Abstract: The management of emerging infectious diseases has always been given a high priority in public health. Identification of the epidemiological characteristics and transmission patterns of emerging infectious diseases is of great significance to contain the disease transmission and reduce the damages to public health and socioeconomic developments. Currently, infectious disease dynamics models are mainly established based on infectious disease surveillance data to predict the epidemiological patterns and trends of emerging infectious diseases; however, many model-based predictions fail to achieve the expected results due to the presence of multiple uncertain factors during the integrated management of infectious diseases. This review describes the basic principles and variables of common infectious disease dynamics models, including the susceptible-infected-recovered (SIR) model, susceptible-infected-removed-susceptible (SIRS) model, susceptible-exposed-infected-removed (SEIR) model and improved SEIR model, compares the advantages and disadvantages of these models, and summarizes the advances of the infectious disease dynamics models in the prediction of trends in incidence of emerging infectious diseases, so as to provide insights into the effective application of infectious disease dynamics models in the management of infectious diseases.

Keywords: infectious disease dynamics model; emerging infectious disease; SIR; SEIR

人类经过长期不懈的努力, 在一些传染病的防治上取得了较好的成果, 但由于病原体变异速度加快、传染力和致病力不断增强、耐药性问题凸显及人类行为生活方式改变, 病原体极易在短时间内造成广泛传播^[1], 因此, 新发、突发传染病防控一直是公共卫生领域的重点和难点问题。研究新发传染病的传播特征和流行规律, 对于控制其传播规模, 降低对公众健

康及社会经济发展的危害具有重要意义。学者们利用监测数据建立传染病传播动力学模型, 预测新发传染病的流行特征及发展趋势。本文介绍具有代表性的传染病预测模型——传染病动力学模型, 并总结模型的优缺点及应用进展, 为传染病动力学模型在传染病疫情防控中的有效应用提供参考。

1 传染病动力学模型

传染病动力学模型通过假设、参数、变量及它们之间的联系定量揭示传染病主要特征, 依托疫情暴发早期数据, 纳入未来不确定性因素, 帮助发现传染病

DOI: 10.19485/j.cnki.issn2096-5087.2022.01.011

基金项目: 广东省普通高校重点领域专项 (2020ZDZX3055)

作者简介: 薛明劲, 硕士在读

通信作者: 黄志刚, E-mail: hzg@gdmu.edu.cn

传播机制,科学预测疫情流行趋势^[2]。传染病动力学模型最早可以追溯到1760年Bernoulli构建的天花模型^[3],被公认为人类历史上最先建立的研究传染病传播机制和防控策略的动力学模型。1911年,Ross利用微分方程模型构建疟疾-蚊虫模型,证实蚊虫数量减少到临界值以下,可控制疟疾的暴发流行,这也使Ross第二次获得诺贝尔医学奖^[4]。1927年,Kermack和Mckendrick构建了著名的黑死病SIR(Susceptible-Infected-Recovered)仓室模型,1932年又提出了SIS(Susceptible-Infected-Susceptible)仓室模型和“阈值理论”,为传染病动力学研究奠定了基础^[5-6]。1957年,Bailey出版《数理流行病学》,标志着传染病动力学研究的蓬勃发展^[7]。2003年发生严重急性呼吸综合征(severe acute respiratory syndrome, SARS)疫情,学者们多数采用SIR模型或SEIR(Susceptible-Exposed-Infected-Removed)模型^[8]研究其传播规律、趋势和隔离措施强度对疫情的控制效果等。

SIR模型和SEIR模型是传染病动力学研究领域的2个经典模型。为更贴合疫情真实情况,研究者通过加入多参数、多模块建立修正后的SEIR(Improved Susceptible-Exposed-Infected-Removed)模型。目前已经有许多采用这3种模型预测传染病发病趋势的研究项目^[9-10]。

1.1 SIR模型 SIR模型将人群分为3类:易感者(S)、感染者(I)和治愈者/恢复者(R)。易感者以概率 β 被感染者感染,感染者以概率 γ 恢复成治愈者/恢复者。治愈者/恢复者表示人群已经治愈,具有免疫力,且不具有传染性。SIR模型传播动力学微分方程为:

$$\begin{cases} \frac{dS(t)}{dt} = -\beta S(t)I(t) \\ \frac{dI(t)}{dt} = \beta S(t)I(t) - \gamma I(t) \\ \frac{dR(t)}{dt} = \gamma I(t) \end{cases}$$

SIR模型基于3个前提假设:(1)不考虑人口的出生、死亡和流动等种群动力因素。(2)一个感染者一旦与易感者接触就必然具有一定的传染性,单位时间一个感染者能传染的易感者数与易感者总数成正比。(3)单位时间从感染者中移出的人数与感染者数量成正比。根据文献资料可得到在 $t=0$ 时刻易感者、感染者和治愈者/恢复者的数量,即 $S(0)$ 、 $I(0)$ 、 $R(0)$,并已知在 t 时刻治愈者/恢复者的数量,即 $\gamma I(t)$,可通过最小二乘法、极大似然函数法、马尔

科夫链蒙特卡洛方法(Markov chain Monte Carlo, MCMC)、龙格-库塔法(Runge-Kutta methods)等拟合 $I(t)$ 求解 β ^[11]。

HE等^[12]利用SIR模型研究传染病暴发,设计了一个硬限制控制器对系统进行控制,拟合出传染病疫情暴发初期的趋势。尹楠^[13]采用SIR模型对有限区域内新发传染病疫情的传播进行了仿真模拟。梅文娟等^[14]将极限学习机与SIR模型结合,提出一种极限IR实时预测模型,对时变函数及疫情发展趋势进行预测。喻孜等^[15]在SIR模型下考虑时变参数对疫情进行评估和预测,得到了疫情峰值和拐点时间。盛华雄等^[16]将SIR模型、logistic模型及这2种模型结合的方法,分别用于疫情控制阶段、疫情自由阶段,并进行对比,以体现采取不同防疫措施的控制效果。凡友荣等^[17]在SIR模型的基础上考虑“未确诊感染数、治愈者和死亡者”,构建阶段性的SIR-F模型,对疫情数据随时间的变化规律进行拟合。

1.2 SEIR模型 SEIR模型是目前最具代表性的固定人群传染病动力学模型。该模型考虑了传染病潜伏期特征,在SIR模型的基础上增设潜伏期人群(E)。模型基本假设:(1)不考虑人群的变化,即此地区总人口是一个固定值,任何时刻4类人群总数(N)不变, $N=S(t)+E(t)+I(t)+R(t)$ 。(2)传统SEIR模型假设潜伏期不具有传染性,经过一定的潜伏期转变为感染者,单位时间内1个感染者传染给1个易感者的概率为 β ,又称为传染系数。(3)单位时间内病原携带者按照速率 α 转变为感染者, α 为平均潜伏期的倒数。(4)单位时间内从感染者人群移出的速率为 γ 。假设移出人群R不再具有传染性,也不会再次感染, γ 即为治愈速率, $1/\gamma$ 为平均治愈期长度。模型传播动力学微分方程为:

$$\begin{cases} \frac{dS(t)}{dt} = -\beta S(t)I(t) \\ \frac{dE(t)}{dt} = \beta S(t)I(t) - \alpha E(t) \\ \frac{dI(t)}{dt} = \alpha E(t) - \gamma I(t) \\ \frac{dR(t)}{dt} = \gamma I(t) \\ N = S(t) + E(t) + I(t) + R(t) \end{cases}$$

经典SEIR模型的求解方法很多,有学者运用R语言“deSolve包”得出 β 值^[18],也有部分学者运用SPSS 24.0软件的指数平滑模型^[19]、Python仿真平台^[20]和SAS 9.4软件^[21]进行模型构建与统计分析。KUZNETSOV等^[22]研究了接触率正弦变化的SEIR和SIR传播动力学模型周期解的分支。分数阶SEIR

传播动力学模型也引起了学者们的研究兴趣。林俊锋^[23]基于SEIR模型加入了“隐形传播者”，得到的改良模型在新发传染病疫情拟合和预测性能上有明显效果。范如国等^[20]采用SEIR模型对疫情不同潜伏期的3种拐点进行了预测。

1.3 修正后的SEIR模型 虽然SEIR模型在早期研究中被广泛应用，但是由于传染病的突然性和不可控性，SEIR模型已不能准确模拟及预测疫情趋势，所以有研究者提出修正后的SEIR模型。徐丽君等^[24]考虑疫情潜伏期规律和干预措施，在SEIR模型中加入隔离和确诊2个新模块构建SEIQCR模型，预测新型冠状病毒肺炎疫情的每日发病数。HE等^[25]提出SEIQHR模型，加入隔离人群和住院人群2个模块来模拟新发传染病的过程。LUO等^[26]基于自适应PSO-SEIR模型，提出了PSO算法，评价不同国家和时段的新发传染病控制策略效果。

2 新发传染病动力学模型

2.1 短期预测模型 王旭艳等^[19]以历史观测值的加权和为模型参数，构建基于二次指数平滑法的指数平滑模型，预测武汉市新型冠状病毒肺炎疫情暴发初期的趋势。该模型在数据预测中较为成熟，有明确的判别准则，主要用于传染病的中短期预测。吉兆华等^[21]用传染力(K)和群体免疫力(I)作为模型参数，建立启发式算法的室模型，用于全国新型冠状病毒肺炎发病情况及疫情进展的短期预测。该模型虽仅适用于疾病的短期预测，但其预测值与实际值相关程度较高。

2.2 SIR模型及改进SIR模型 多位学者提出基于数学微分方程法构建的SIR模型，加入接触率 α 、患者恢复/死亡的强度 β 、感染者恢复或死亡的平均速率 γ 等模型参数，能精准快速地预测和评估新发传染病的发病风险，并对中国及全球的新发传染病疫情发展进行了预测预警^[27-32]。但由于缺乏对传染病潜伏期的考虑，不能全面描述疾病的发展趋势，该模型多用于不发生二次感染(感染后不隔离)的疾病的快速预测。另一些学者提出改进SIR模型，在原本的SIR模型中加入时变参数、易感再生数和增长因子，通过阶段式、将极限学习机与动力学模型结合推出的极限IR算法，对新发传染病疫情作出简单精确的预测及评估^[15, 17, 33-34]。

2.3 SEIR模型及改进SEIR模型 有研究者考虑到传染病存在潜伏期，提出具有“潜在感染者(E)”概念的SEIR模型，对新发传染病的暴发风险进行更

高特异度和灵敏度的预测，预测结果起到较好的预警作用^[18, 35-37]。但现实世界往往存在诸如密切接触者、隔离防控措施、住院和死亡病例数等影响因素。因此，部分学者提出在SEIR模型的基础上加入隔离模块^[24, 38]、死亡模块^[39]、潜在感染者隔离模块^[40]等，构建改进SEIR模型，以充分、准确模拟传染病真实传播路径，全面描述新发传染病疫情趋势。但这也使模型变得复杂，出现新发传染病后参数变动幅度较大。

3 传染病动力学模型应用的局限性

传染病动力学模型在新发传染病发病趋势的仿真预测应用中存在局限性：(1) 防控措施的复杂性。新发传染病疫情的发展受防控措施的影响，防控措施实施后的疫情发展难以预测。现有研究难以全面考虑疫情发展与防控中所有的重要因素，预测结果存在片面性。(2) 病毒的变异。病毒变异后传染力可能上升。通过增加参数反映病毒变异对疫情的影响是值得研究的方向。(3) 数学模型参数的个数有限。传统模型的参数数值、个数是固定的，但传染病疫情的真实情况要复杂得多。(4) 病例确诊的滞后。国内大多数动力学模型需要利用确诊病例数，但从病例出现明显临床症状到确诊具有一定的时间差，导致动力学模型对传染病疫情趋势的预测存在滞后性，模型的实用性降低。基于数据学习的网络动力学模型单独应用并开展科学预测仍然存在不少限制。

4 结论

传染病动力学模型在传染病的流行趋势分析、早期预警、公共卫生决策等过程中发挥重要的参考作用。应加强对新发突发传染病研究，及时了解其传播机制和流行特点，构建全面的疫情信息实时共享平台，为模型拟合与参数估算提供全面的数据支撑。应用传染病动力学研究的多模型结合方法，提升模型的拟合优度及预测的科学性与合理性。

参考文献

- [1] 向蕾. 两类离散传染病模型的动力学分析 [D]. 武汉: 华中师范大学, 2020.
XIANG L. Dynamical analysis of two classes of discrete epidemic models [D]. Wuhan: Central China Normal University, 2020.
- [2] UNKEL S, FARRINGTON C P, GARTHWAITE P H, et al. Statistical methods for the prospective detection of infectious disease outbreaks: a review [J]. J R Stat Soc A Stat, 2012, 175 (1): 49-82.

- [3] DIETZ K, HEESTERBEEK J A P. Daniel Bernoulli 's epidemiological model revisited [J]. *Math Biosci*, 2002, 180: 1-21.
- [4] 李静, 王靖飞. 传染病动力学模型简介 [C] //中国畜牧兽医学会. 中国畜牧兽医学会信息技术分会成立大会暨首届学术研讨会论文集. 北京: 中国畜牧兽医学会信息技术分会, 2005: 121-124.
- LI J, WANG J F. Introduction to the dynamic model of infectious diseases [C] //Chinese Association of Animal Science and Veterinary Medicine. The first academic seminar of the Information Technology Branch of Chinese Association of Animal Science and Veterinary Medicine. Beijing: Information Technology Branch of Chinese Association of Animal Science and Veterinary Medicine, 2005: 121-124.
- [5] KERMAK W O, MCKENDRICK A G. A contribution to the mathematical theory of epidemics [J]. *Proc Royal Soc A Math Phys Eng Sci*, 1927, 115 (772): 700-721.
- [6] KERMAK W O, MCKENDRICK A G. Contributions to the mathematical theory of epidemics II. The problem of endemicity [J]. *Proc Royal Soc A Math Phys Eng Sci*, 1932, 138 (834): 55-83.
- [7] 马知恩, 周义仓, 王稳地, 等. 传染病动力学的数学建模与研究 [M]. 北京: 科学出版社, 2004.
- MA Z E, ZHOU Y C, WANG W D, et al. Mathematical modeling and research of infectious disease dynamics [M]. Beijing: Science Press, 2004.
- [8] 曹宇. 传染病动力学模型研究 [D]. 沈阳: 东北大学, 2014.
- CAO Y. Research on infectious diseases modeling [D]. Shenyang: Northeast University, 2014.
- [9] 徐涵, 张庆. 复杂网络上传播动力学模型研究综述 [J]. *情报科学*, 2020, 38 (10): 159-167.
- XU H, ZHANG Q. A review of epidemic dynamics on complex networks [J]. *Inf Sci*, 2020, 38 (10): 159-167.
- [10] 严薇荣. 传染病预警指标体系及三种预测模型的研究 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2008.
- YAN W R. Study on the early warning indicators system and three types of forecasting models for infectious diseases [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2008.
- [11] 杜志成, 郝元涛, 魏永越, 等. 基于马尔科夫链蒙特卡罗模拟方法的 COVID-19 年龄别病死率估计 [J]. *中华流行病学杂志*, 2020, 41 (11): 1777-1781.
- DU Z C, HAO Y T, WEI Y Y, et al. Using Markov Chain Monte Carlo methods to estimate the age-specific case fatality rate of COVID-19 [J]. *Chin J Epidemiol*, 2020, 41 (11): 1777-1781.
- [12] HE S, BANERJEE S. Epidemic outbreaks and its control using a fractional order model with seasonality and stochastic infection [J]. *Physica A*, 2018, 501: 408-417.
- [13] 尹楠. 基于 SIR 模型的有限区域内新冠肺炎疫情传播仿真模拟 [J]. *统计与决策*, 2020, 36 (5): 15-20.
- YIN N. A Simulation of COVID-19 epidemic propagation in limited area based on SIR model [J]. *Stat Decis*, 2020, 36 (5): 15-20.
- [14] 梅文娟, 刘震, 朱静怡, 等. 新冠肺炎疫情极限 IR 实时预测模型 [J]. *电子科技大学学报*, 2020, 49 (3): 362-368.
- MEI W J, LIU Z, ZHU J Y, et al. Extreme IR model for COVID-19 real-time forecasting [J]. *J Univ Elec Sci Technol China*, 2020, 49 (3): 362-368.
- [15] 喻孜, 张贵清, 刘庆珍, 等. 基于时变参数 SIR 模型的 COVID-19 疫情评估和预测 [J]. *电子科技大学学报*, 2020, 49 (3): 357-361.
- YU Z, ZHANG G Q, LIU Q Z, et al. The outbreak assessment and prediction of COVID-19 based on time-varying SIR Model [J]. *J Univ Elec Sci Technol China*, 2020, 49 (3): 357-361.
- [16] 盛华雄, 吴琳, 肖长亮. 新冠肺炎疫情传播建模分析与预测 [J]. *系统仿真学报*, 2020, 32 (5): 759-766.
- SHENG H X, WU L, XIAO C L. Modeling analysis and prediction on NCP epidemic transmission [J]. *J Sys Simul*, 2020, 32 (5): 759-766.
- [17] 凡友荣, 杨涛, 孔华锋. 基于阶段式 SIR-F 模型的新冠肺炎疫情评估及预测 [J]. *计算机应用与软件*, 2020, 37 (11): 51-62.
- FAN Y R, YANG T, KONG H F. Assessment and prediction of COVID-19 based on staged SIR-F model [J]. *Comput Appl Softw*, 2020, 37 (11): 51-62.
- [18] 沈思鹏, 魏永越, 赵杨, 等. 全球新型冠状病毒肺炎疫情对我国的输入风险评估 [J]. *中华流行病学杂志*, 2020, 41 (10): 1582-1587.
- SHEN S P, WEI Y Y, ZHAO Y, et al. Risk assesment of global COVID-19 imported cases into China [J]. *Chin J Epidemiol*, 2020, 41 (10): 1582-1587.
- [19] 王旭艳, 喻勇, 胡樱, 等. 基于指数平滑模型的湖北省新冠肺炎疫情预测分析 [J]. *公共卫生与预防医学*, 2020, 31 (1): 1-4.
- WANG X Y, YU Y, HU Y, et al. COVID-19 analysis and forecast based on Exponential Smoothing Model in Hubei Province [J]. *J Public Health Prev Med*, 2020, 31 (1): 1-4.
- [20] 范如国, 王奕博, 罗明, 等. 基于 SEIR 的新冠肺炎传播模型及拐点预测分析 [J]. *电子科技大学学报*, 2020, 49 (3): 369-374.
- FAN R G, WANG Y B, LUO M, et al. SEIR-based COVID-19 transmission model and inflection point prediction analysis [J]. *J Univ Elec Sci Technol China*, 2020, 49 (3): 369-374.
- [21] 吉兆华, 陆振华, 刘昆, 等. 全国新型冠状病毒肺炎发病情况室模型分析及疫情进展短期预测 [J]. *热带医学杂志*, 2020, 20 (3): 279-282.
- JI Z H, LU Z H, LIU K, et al. SIR model analysis and short-term prediction of epidemic progress of corona virus disease 2019 in China [J]. *J Trop Med*, 2020, 20 (3): 279-282.
- [22] KUZNETSOV Y A, PICCARDI C. Bifurcation analysis of periodic SEIR and SIR epidemic models [J]. *J Math Biol*, 2020, 32 (2): 109-121.
- [23] 林俊锋. 基于引入隐形传播者的 SEIR 模型的 COVID-19 疫情分析和预测 [J]. *电子科技大学学报*, 2020, 49 (3): 375-382.
- LIN J F. Assessment and prediction of COVID-19 based on SEIR model with undiscovered people [J]. *J Univ Elec Sci Technol China*, 2020, 49 (3): 375-382.
- [24] 徐丽君, 刘文辉, 刘远, 等. SEIQCR 传染病模型的构建及在

- 广州市新型冠状病毒肺炎公共卫生防控效果评估中的应用 [J]. 山东大学学报 (医学版), 2020, 58 (10): 20-24.
- XU L J, LIU W H, LIU Y, et al. Construction of SEIQR epidemic model and its application in the evaluation of public health interventions on COVID-19 in Guangzhou [J]. J Shandong Univ (Health Sci), 2020, 58 (10): 20-24.
- [25] HE S, PENG Y, SUN K. SEIR modeling of the COVID-19 and its dynamics [J]. Nonlinear Dyn, 2020, 101: 1667-1680.
- [26] LUO D, HUANG S, LIU C, et al. Evaluation of COVID-19 control strategies in different countries and periods based on an adaptive PSO-SEIR model [J]. Chin Sci Bull, 2020, 66 (4/5): 453-464.
- [27] DIN R U, ALGEHYNE E A. Mathematical analysis of COVID-19 by using SIR model with convex incidence rate [J/OL]. Results Phys (2021-02-19) [2021-10-04]. <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2021.103970>.
- [28] KOZIO K, STANISAWSKI R, BIALIC G. Fractional-order SIR epidemic model for transmission prediction of COVID-19 disease [J/OL]. Appl Sci, 2020 [2021-10-04]. <https://www.researchgate.net/publication/347149402>. DOI: 10.3390/app10238316.
- [29] LIU L Y, JIANG D Q, HAYAT T. Dynamics of an SIR epidemic model with varying population sizes and regime switching in a two patch setting [J/OL]. Physica A, 2021, 574 (1) (2021-04-01) [2021-10-04]. <https://www.researchgate.net/publication/350951681>. DOI: 10.1016/j.physa.2021.125992.
- [30] VENNELA G S, KUMAR P. Covid-19 pandemic spread as growth factor using forecasting and SIR models [J]. J Phys, 2021, 1767 (1): 11-12.
- [31] PRODANOV D. Analytical parameter estimation of the SIR epidemic model. Applications to the COVID-19 pandemic [J/OL]. Entropy, 2020 [2021-10-04]. <https://www.researchgate.net/publication/348139133>. DOI: 10.3390/e23010059.
- [32] KUDRYASHOV N A, CHMYKHOV M A, VIGDOROWITSCH M. Analytical features of the SIR model and their applications to COVID-19 [J]. Appl Math Model, 2021, 90 (2): 466-473.
- [33] ALENEZI M N, AL-ANZI, ALABDULRAZZAQ H. Building a sensible SIR estimation model for COVID-19 outspread in Kuwait [J]. AEJ, 2021, 60 (3): 3161-3175.
- [34] 朱仁杰, 唐仕浩, 刘彤彤, 等. 基于改进 SIR 模型的新型冠状病毒肺炎疫情预测及防控对疫情发展的影响 [J]. 陕西师范大学学报, 2020, 48 (3): 33-38.
- ZHU R J, TANG S H, LIU T T, et al. COVID-19 epidemic prediction based on improved SIR model and the impact of prevention and control on epidemic development [J]. J Shaanxi Norm Univ, 2020, 48 (3): 33-38.
- [35] DE LA SEN M, ALONSO-QUESADA S, IBEAS A, et al. On a discrete SEIR epidemic model with two-doses delayed feedback vaccination control on the susceptible [J/OL]. Vaccines, 2021, 9 (4) (2021-04-18) [2021-10-04]. <https://doi.org/10.3390/vaccines9040398>.
- [36] KUNDU S, JANA D, MAITRA S. Study of a multidelayed SEIR epidemic model with immunity period and treatment function in deterministic and stochastic environment [J/OL]. Differ Equ Dyn Syst (2021-05-30) [2021-10-04]. <https://www.researchgate.net/publication/353258873>. DOI: 10.1007/s12591-021-00568-6.
- [37] LI Y, ZHANG X, CAO H. Large time behavior in a diffusive SEIR epidemic model with general incidence [J/OL]. Appl Math Lett, 2021, 120 [2021-10-04]. <https://doi.org/10.1016/j.aml.2021.107322>.
- [38] YOUSSEF H, ALGHAMDI N, EZZAT M A, et al. Study on the SEIQR model and applying the epidemiological rates of COVID-19 epidemic spread in Saudi Arabia [J]. Infect Dis Model, 2021, 6: 678-692.
- [39] 魏永越, 卢珍珍, 杜志成, 等. 基于改进的 SEIR+CAQ 传染病动力学模型进行新型冠状病毒肺炎疫情趋势分析 [J]. 中华流行病学杂志, 2020, 41 (4): 470-475.
- WEI Y Y, LU Z Z, DU Z C, et al. Fitting and forecasting the trend of COVID-19 by SEIR+CAQ dynamic model [J]. Chin J Epidemiol, 2020, 41 (4): 470-475.
- [40] 丁中兴, 宋文煜, 方欣玉, 等. 基于 SEIAQR 动力学模型预测湖北省武汉市新型冠状病毒肺炎疫情趋势 [J]. 中国卫生统计, 2020, 37 (3): 327-334.
- DING Z X, SONG W Y, FANG X Y, et al. Using SEIAQR dynamic model to predict the epidemic trend of novel coronavirus pneumonia in Wuhan, Hubei Province [J]. Chin J Health Stat, 2020, 37 (3): 327-334.

收稿日期: 2021-08-12 修回日期: 2021-10-04 本文编辑: 徐文璐